

Direktna i obrnuta proporcionalnost

Pisali ste nam da ova lekcija nije baš najjasnija, pa evo još par primera....

Primer 1.

Iz datih proporcija $a:b=3:4$, $b:c=6:5$, $c:d=2:3$ napraviti produženu proporciju $a:b:c:d=?$

Rešenje:

Ideja je da se na isto slovo odnosi isti broj!

$a:\boxed{b}=3:\boxed{4}$, $\boxed{b}:c=\boxed{6}:5$, zajednički za 4 i 6 je 12, pa prvu proporciju proširimo sa 3 a drugu sa 2.

$a:b=9:12$, $b:\boxed{c}=12:\boxed{10}$, $\boxed{c}:d=\boxed{2}:3$, sad posmatramo c, drugu proporciju pomnožimo sa 5.

$$a:b=9:12, b:c=12:10, c:d=10:15$$

Sad možemo napraviti produženu proporciju:

$$a:b:c:d=9:12:10:15$$

Primer 2.

Iz jednog bureta napunjeno je 160 boca od $\frac{3}{4}$ litra. Koliko se boca može napuniti ako su zapremine 0,8 litara.

Rešenje:

$\frac{3}{4} = 0,75$ Postavljamo proporciju i stavimo strelicu od x na gore:

$$\begin{array}{l} \uparrow 160 \text{ boca} \dots\dots\dots 0,75 \text{ l} \quad \downarrow \\ x \text{ boca} \dots\dots\dots 0,8 \text{ l} \end{array}$$

Ako je boca veće zapremine, biće napunjeno manje boca. Veličine su obrnuto proporcionalne.

$$x:160 = 0,75:0,8$$

$$0,8 \cdot x = 160 \cdot 0,75$$

$$x = \frac{160 \cdot \frac{3}{4}}{0,8} = \frac{120}{0,8} = \frac{1200}{8} = 150 \text{ boca}$$

Primer 3.

Mačka i po uhvati miša i po za dan i po. Koliko miševa uhvati 5 mačaka za 6 dana.

Rešenje:

Postavimo problem i strelica od x nagore:
$$\begin{array}{ccccccc} 1,5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ miša} & \dots & 1,5 \text{ dana} \\ 5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow x \text{ miša} & \dots & 6 \text{ dana} \end{array}$$

Sad posmatramo samo prva dva podatka: 1,5 mačaka ulovi 1,5 miša, više mačaka će uloviti

više miševa, pa su veličine direktno proporcionalne.
$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow 1,5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ miša} & \dots & 1,5 \text{ dana} \\ \uparrow 5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow x \text{ miša} & \dots & 6 \text{ dana} \end{array}$$

Dalje posmatramo druga dva podatka: 1,5 miša ulove za 1,5 dana, za više dana će uloviti više

miševa, pa opet imamo direktnu proporcionalnost.
$$\begin{array}{ccccccc} 1,5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ miša} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ dana} \\ 5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow x \text{ miša} & \dots & \uparrow 6 \text{ dana} \end{array}$$

Sad imamo sve strelice, pratimo njihov smer i pravimo proporciju:

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow 1,5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ miša} & \dots & \uparrow 1,5 \text{ dana} \\ \uparrow 5 \text{ mačaka} & \dots & \uparrow x \text{ miša} & \dots & \uparrow 6 \text{ dana} \end{array}$$

$$\boxed{x} : 1,5 = 5 : \boxed{1,5}$$

$$= 6 : \boxed{1,5}$$

$$x \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 1,5 \cdot 5 \cdot 6$$

$$x = \frac{\cancel{1,5} \cdot 5 \cdot 6}{\cancel{1,5} \cdot 1,5} = \frac{30}{1,5} = \frac{300}{15} = 20 \text{ miševa}$$

Primer 4.

Koliko časova dnevno treba da rade 16 radnika da bi za 15 dana iskopali 3600 tona uglja, ako

24 radnika za 18 dana radeći 7 časova dnevno iskopaju 3780 tona uglja.

Rešenje:

Postavljamo zadatak i strelica od x ka poznatom podatku:

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow x \text{ h} & \dots & 16 \text{ radnika} & \dots & 15 \text{ dana} & \dots & 3600 \text{ t} \\ \downarrow 7 \text{ h} & \dots & 24 \text{ radnika} & \dots & 12 \text{ dana} & \dots & 3780 \text{ t} \end{array}$$

Posmatramo podatak po podatak:

| | | | |
|-----------|------------------|-------------|--------|
| ↓ x h ... | ↑ 16 radnika ... | 15 dana ... | 3600 t |
| ↓ 7 h ... | ↑ 24 radnika ... | 12 dana ... | 3780 t |

24 radnika rade 7 h, manje radnika (16) moraju da rade više sati, pa su veličine obrnuto proporcionalne.

| | | | |
|-----------|----------------|---------------|--------|
| ↓ x h ... | 16 radnika ... | ↑ 15 dana ... | 3600 t |
| ↓ 7 h ... | 24 radnika ... | ↑ 12 dana ... | 3780 t |

12 dana radimo po 7 h, ako radimo više dana (15) radićemo manje sati, opet su veličine obrnuto proporcionalne.

| | | | |
|-----------|----------------|-------------|----------|
| ↓ x h ... | 16 radnika ... | 15 dana ... | ↑ 3600 t |
| ↓ 7 h ... | 24 radnika ... | 12 dana ... | ↑ 3780 t |

Radeći po 7 h iskopamo 3780 t, manje tona (3600) ćemo uraditi za manje sati pa su veličine direktno proporcionalne.

Sad imamo sve strelice, pratimo smer i postavljamo proporciju:

| | | | |
|-----------|------------------|---------------|----------|
| ↓ x h ... | ↑ 16 radnika ... | ↑ 15 dana ... | ↓ 3600 t |
| ↓ 7 h ... | ↑ 24 radnika ... | ↑ 12 dana ... | ↓ 3780 t |

$$x : 7 = 24 : 16$$

$$= 12 : 15$$

$$= 3600 : 3780$$

$$x \cdot 16 \cdot 15 \cdot 3780 = 7 \cdot 24 \cdot 12 \cdot 3600$$

$$x = \frac{7 \cdot 24 \cdot 12 \cdot 3600}{16 \cdot 15 \cdot 3780} = 8h$$

Primer 5.

Za gredu dužine 6m, širine 2 dm, debljine 1,3 dm plaćeno je 2600 dinara. Kolika se dužina grede dobija za 2800 dinara, ako joj je širina 21 cm a debljina 16cm.

Rešenje:

| | | | |
|--------|---------|----------|----------|
| dužina | širina | debljina | cena |
| ↑ 6 m | ↓ 20 cm | 13 cm | 2600 din |
| x m | ↓ 21 cm | 16 cm | 2800 din |

Ako povećamo širinu dužina će biti manja, pa je obrnuto proporcionalno.

| | | | |
|--------|--------|----------|----------|
| dužina | širina | debljina | cena |
| ↑ 6 m | 20 cm | ↓ 13 cm | 2600 din |
| x m | 21 cm | ↓ 16 cm | 2800 din |

Ako povećamo debljinu dužina će biti manja, obrnuto proporcionalno.

| | | | |
|--------|--------|----------|------------|
| dužina | širina | debljina | cena |
| ↑ 6 m | 20 cm | 13 cm | 2600 din ↑ |
| x m | 21 cm | 16 cm | 2800 din ↑ |

Za više para ćemo kupiti veću dužinu, ove veličine su direktno proporcionalne.

| | | | |
|--------|---------|----------|------------|
| dužina | širina | debljina | cena |
| ↑ 6 m | ↓ 20 cm | ↓ 13 cm | ↑ 2600 din |
| ↑ x m | ↓ 21 cm | ↓ 16 cm | ↑ 2800 din |

Pratimo smer strelica i pravimo proporciju:

$$\begin{aligned}
 x : 6 &= 20 : 21 \\
 &= 13 : 16 \\
 &= 2800 : 2600
 \end{aligned}$$

Spoljašnji sa spoljašnjim, unutrašnji sa unutrašnjim:

$$x \cdot 21 \cdot 16 \cdot 2600 = 6 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 2800$$

$$x = \frac{6 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 2800}{21 \cdot 16 \cdot 2600}$$

$$x = 5 \text{ m}$$

Primer 6.

Jedan posao su započela 33 radnika i po planu bi ga završili za 80 dana. Međutim, posle 16 radnih dana, 9 radnika je napustilo posao. Za koliko dana je posao završen?

Rešenje:

Prošlo je 16 dana, pa je ostalo da se radi $80 - 16 = 64$ dana. Broj radnika se smanjio pa sad imamo $33 - 9 = 24$ radnika. Postavljamo zadatak:

| | | |
|------------------|---|---------|
| 33 radnika | ↑ | 64 dana |
| 24 radnika | | x dana |

Broj radnika se smanjuje, znači da će broj radnih dana da se poveća. Veličine su obrnuto proporcionalne.

| | | |
|--------------------|---|---------|
| ↓ 33 radnika | ↑ | 64 dana |
| ↓ 24 radnika | | x dana |

$$x : 64 = 33 : 24$$

$$x \cdot 24 = 64 \cdot 33$$

$$x = \frac{64 \cdot 33}{24}$$

$$x = 88 \text{ dana}$$

Za 88 dana je završen ostatak posla, a ceo posao je urađen za $88 + 16 = 104$ dana.

Primer 7.

Četiri radnika dogovore se da obru vinograd od 10 hektara za 8 dana. Međutim, posle 5 dana rada po 9 sati dnevno, oni obru samo 3 hektara. Zato odluče da potraže pomoć. Koliko je još radnika potrebno da rade zajedno sa njima preostala 3 dana po 10 sati dnevno da bi berba vinograda bila završena na vreme?

Rešenje:

Iz teksta zadatka saznajemo da 4 radnika obru 3 hektara za 5 dana po 9 sati = 45 sati.

Treba da se radi 3 dana po 10 sati = 30 sati i da se obere preostalih 7 hektara.

Postavljamo zadatak:

| | | | | | |
|---|-----------|-------|------|-------|------|
| ↑ | 4 radnika | | 45 h | | 3 ha |
| | x radnika | | 30 h | | 7 ha |

Posmatramo podatak po podatak:

| | | | | | |
|---|-----------|-------|------|-------|------|
| ↑ | 4 radnika | | 45 h | | 3 ha |
| | x radnika | | 30 h | | 7 ha |

Ako imamo manje radnih sati treba nam više radnika, obrnuta proporcionalnost.

| | | | | | | |
|---|-----------|-------|------|-------|------|---|
| ↑ | 4 radnika | | 45 h | | 3 ha | ↑ |
| | x radnika | | 30 h | | 7 ha | |

Više hektara, više radnika – direktno proporcionalno.

| | | | | | |
|---|-----------|-------|------|-------|-------|
| ↑ | 4 radnika | | 45 h | | ↑3 ha |
| | x radnika | | 30 h | | 7 ha |

$$x : 4 = 45 : 30$$

$$= 7 : 3$$

$$x \cdot 30 \cdot 3 = 4 \cdot 45 \cdot 7$$

$$x = \frac{4 \cdot 45 \cdot 7}{30 \cdot 3}$$

$$x = 14 \text{ radnika}$$

Znači treba da dođe još 10 radnika.